THÉORÈME DE L'ÉNERGIE CINÉTIQUE

Objectifs : étudier l'effet d'une force sur l'énergie cinétique d'un système

Problématique : Le mouvement d'un système mécanique peut être interprété en termes de transferts d'énergie. Les physiciens ont introduit la notion de travail d'une force, afin d'évaluer l'effet d'une force sur l'énergie d'un objet en mouvement. Quel lien peut-on établir entre le travail des forces agissant sur un système et son énergie cinétique ?

Définitions

▪ Énergie cinétique : L'énergie cinétique $\mathcal{E}_{cin}$ d'un système de masse *m* se déplaçant à la vitesse *v* dans le référentiel d'étude est donnée par : $\mathcal{E}_{\text{cin}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$. En termes d'unités, $1\ \text{J} = 1\ \text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$.

▪ Utilisation de la notation Δ : La notation Δ permet de représenter des variations entre deux états initial et final. Par définition pour une grandeur *X*, $\Delta X = X_{\text{final}} - X_{\text{initial}}$.
Ex : la variation d'énergie cinétique entre deux points A et B (en allant de A vers B) est $\Delta_{AB}\mathcal{E}_{\text{cin}} = \mathcal{E}_{\text{cin,B}} - \mathcal{E}_{\text{cin,A}}$.

▪ Travail d'une force constante : Dans le cas d'une force $\vec{F}$ constante (qui garde même direction, même sens et même valeur à chaque instant), qui s'applique sur un objet se déplaçant d'un point A vers un point B, le travail *W* vaut :

$$W_{AB}\left(\vec{F}\right) = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AB} = F \times AB \times \cos\left(\vec{F}, \overrightarrow{AB}\right)$$

c'est-à-dire que le travail est égal au *produit vectoriel* du vecteur-force et du vecteur déplacement, lui-même égal au produit des normes et du cosinus de l'angle formé entre les deux vecteurs. En termes d'unités, $1\ \text{J} = 1\ \text{N} \cdot \text{m}$.
Pour une force perpendiculaire au déplacement, on montre que le travail est nul en toutes circonstances.

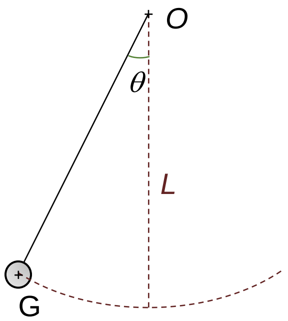
▪ Pour le poids, on montre que le travail s'écrit : $W_{AB}\left(\vec{P}\right) = \vec{P} \cdot \overrightarrow{AB} = m \cdot g \cdot (z_A - z_B)$ où *z* représente la coordonnée verticale des points A et B (c'est-à-dire leur altitude), l'axe vertical étant orienté vers le haut. Rappel : *g* = 9,8 N/kg.

Pendule simple

Un pendule simple est constitué :
▪ d'un solide dense de masse *m* de petite dimension ;
▪ d'un fil inextensible de longueur *L* et de masse négligeable devant *m*.

La période *T* des oscillations du pendule est la durée séparant deux passages consécutifs du pendule par le même point et dans le même sens.

Dans le cas étudié dans la vidéo « Pendule », on observe le mouvement d'un pendule simple de masse *m* = 24 g.



1. Établir le bilan des forces agissant sur le système {pendule}, sachant que les frottements de l'air sont supposés négligeables par rapport aux autres forces en présence.
2. Donner l'expression du travail de chacune des forces.

Protocole d'analyse de vidéo

▪ Démarrer le logiciel LatisPro® puis sélectionner Édition > Analyse de séquence vidéo et charger la vidéo « Pendule » ;

▪ **« Sélection de l'origine »** : placer un repère tel que l'axe vertical passe par le point O de fixation supérieure du pendule et que l'origine de l'axe soit placée au point le plus bas de la trajectoire du point de fixation de la masse.
▪ **« Sélection de l'étalon »** : sélectionner la règle horizontale d'un bout à l'autre et entrer sa longueur dans la fenêtre qui s'ouvre : elle mesure 31,0 cm.
▪ **« Sélection manuelle des points »** : pointer la position du centre de gravité G du pendule depuis l'image 2 et pendant une période complète.
▪ Dans le module « Courbes » , renommer les variables "Mouvement X" et "Mouvement Y" en "x" et "z" seulement.
▪ Ouvrir une feuille de calcul (Traitements > Feuille de calcul) puis saisir les lignes de code ci-contre qui permettent de définir la valeur de masse, de l'intensité de la pesanteur terrestre et les expressions des coordonnées et de la norme de la vitesse du pendule.

```
m = 0,024
g = 9,8
vx = Deriv(x)
vz = Deriv(z)
v = module(vx;vz)
```

3. Réaliser le protocole d'analyse de la vidéo « Pendule ».

4. Dans la feuille de calcul, saisir des lignes de code qui permettent de calculer chacune :

- le travail `W` du poids entre le point initial du mouvement et un point quelconque du mouvement. *On pourra utiliser la notation* `z[1]` *pour indiquer la première valeur relevée de l'altitude* ;
- l'énergie cinétique `Ecin` du pendule ;
- la variation d'énergie cinétique `VarEcin` du pendule entre le point initial et un point quelconque du mouvement.

Finalement, exécuter le code de la feuille de calcul (Calcul> Exécuter).

5. Obtenir la représentation graphique de la variation d'énergie cinétique `VarEcin` du pendule et du travail du poids `W` en fonction du temps dans une même fenêtre graphique de LatisPro®.

6. Dans une seconde fenêtre graphique, obtenir la représentation graphique de la variation d'énergie cinétique du pendule en fonction du travail du poids.

7. Modéliser cette dernière représentation graphique à l'aide du modèle le plus approprié et consigner l'équation mathématique du modèle. Conclure.

Théorème de l'énergie cinétique

Énoncé dans un référentiel galiléen :
La variation d'énergie cinétique d'un système entre deux points A et B de son mouvement est égale à la somme des travaux des forces extérieures qui agissent sur le système.

$$\Delta_{AB}\mathcal{E}_{cin} = \Sigma W_{AB}\left(\vec{F}_{ext}\right)$$

Écart relatif

L'écart relatif, noté ϵ, permet de mesurer l'écart entre une valeur attendue et une valeur mesurée. Il est souvent exprimé en pourcentage.

$$\epsilon = \left|\frac{\text{valeur mesurée-valeur attendue}}{\text{valeur attenue}}\right|$$

8. Calculer l'écart relatif entre la valeur mesurée du coefficient directeur de l'équation de la question 7 et sa valeur attendue. Proposer des explications à un éventuel écart important.

Éléments de correction.

1. Les forces sont le poids vertical vers le bas et la tension du fil, le long du fil vers le haut.

2. La force exercée par le fil est perpendiculaire au déplacement, elle ne travaille pas. Seul le poids travail et l'expression de son travail est fourni par l'énoncé : $W_{AB}(\vec{P}) = mg(z_A - z_B)$

4. Les lignes à ajouter sont :

```
W=m*g*(z[1]-z)

Ecin=0,5*m*v*v

VarEcin=Ecin-Ecin[1]
```

7. Le modèle conduit à `W = 0,xxx × VarEcin` ou à `W = 1,xxx × VarEcin` La valeur des 1,xxx dépend de la qualité du pointé.

8. La valeur de ϵ vaut |1- coefficient directeur| (valeur absolue) en reprenant le coefficient de la question 7. Bien souvent entre 10% et 30%. La qualité du pointé n'est pas suffisante pour vérifier finement l'égalité fournie par le théorème de l'énergie cinétique.